

## Výroková logika I

---

Výroková logika se zabývá výroky. (Kdo by to byl řekl. :-))

**Výrok je každá oznamovací věta (sdělení), u níž dává smysl, když uvažujeme, zda je *buď* pravdivá, nebo nepravdivá.**

U výroku určujeme *pravdivostní hodnotu*. Pokud výrok platí, označíme jeho pravdivostní hodnotu číslicí 1, pokud neplatí, označíme jeho pravdivostní hodnotu číslicí 0.

**Výrok platí ... 1**

**Výrok neplatí ... 0**

Co je a co není výrok, si objasníme na následujících ukázkách.

▪ **Mimo planetu Zemi existuje život.**

Tato věta je výrok. Přestože momentálně nedokážeme říct, zda to je, nebo není pravda, existuje na toto sdělení jednoznačná odpověď – buď ano, nebo ne. Dává tedy smysl, když se zabýváme tím, zda sdělení je pravdivé, či nepravdivé.

▪ **Venku prší.**

Jedná se také o výrok. Toto sdělení buď platí, nebo neplatí. Trochu problémem však může být fakt, že nevíme, kde přesně je *venku*. V New Yorku může pršet, v Hradci Králové ale nemusí. Sdělení tak může být současně pravdivé i nepravdivé, což výrok nemůže být. Většinou však touto větou máme na mysli, že prší za okny místnosti, ve které se nacházíme. V takovém případě je sdělení buď pravdivé, nebo nepravdivé a jedná se tedy o výrok. Co když ale ven nevidím? Přestává tím být tato věta výrokem? Nepřestává. Věta je totiž pravdivá, nebo nepravdivá, i když ven nevidím. Mohu tak uvažovat o pravdivosti tohoto sdělení (vizte definici).

▪ **Dvacátého šestého května 2010 udělám maturitu.**

Sdělení není pravdivé ani nepravdivé, jelikož ještě nenastalo, ale mohu o jeho pravdivosti uvažovat. Sice teď zajdeme do extrému, ale nemůžeme stoprocentně vyloučit, že někdo má stroj času a ví, jak maturita dopadne. Nebo, co když výsledek maturity někdo umí (nám neznámým) způsobem „vypočítat“? Sdělení tak už může být pravdivé, nebo nepravdivé, i když pro nás ještě nenastalo. Jedná se tedy o výrok.

Některá literatura označuje výroky, které se týkají budoucnosti, jako hypotézy. Hypotéza je tedy sdělení, u kterého zatím nemohu rozhodnout, zda platí, či neplatí.

U výroků týkajících se budoucnosti je však potřeba upřesnit čas (datum). Pokud bychom řekli pouze „Udělám maturitu.“, může být toto sdělení 26. května nepravdivé, ale 7. září už pravdivé. Není tak jednoznačně určena pravdivostní hodnota takového sdělení → věta není výrok.

▪ **Ondřej z oktávy C je nejhezčí kluk na škole.**

V tomto případě se o výrok nejedná. Sice můžeme odpovědět ano, či ne, ale věta může nabývat různých pravdivostních hodnot. I když skoro všechny holky (i kluci) řeknou, že je to pravda, může přijít Klára ze septimy B a říct, že nejhezčím klukem na škole je Mojmír z oktávy B. Nemůžeme tak jednoznačně určit, zda je sdělení buď pravdivé, nebo nepravdivé. Tím pádem věta není výrok.

▪ **Přestal(a) jsem nosit klobouk.**

Věta není výrok. Můžeme sice odpovědět ano, nebo ne, jak ale odpovíte, pokud jste klobouk nikdy nenosili?

Pokud jsme ho nenosili, můžeme odpovědět ne, protože jsme ho ani nemohli přestat nosit, ale v tom případě sdělení nedává smysl, protože přestat nosit něco, když jsme to nikdy nenosili, jaksi nejde.

Nejedná se tak o výrok.

## Další ukázky

---

### Výroky jsou:

- Číslo 11 je prvočíslo.
- Součet velikostí úhlů v trojúhelníku je  $180^\circ$ .
- Na Měsíci žijí motýli.
- $13 + 6 = 2$
- Mám na sobě mikinu s kapucí.

### Výroky nejsou:

- Kolik je hodin?
- Podej mi tužku, prosím.
- $p + q = 6$  (Pokud neznáme  $p$  a  $q$ , nemůžeme rozhodnout, zda tvrzení platí, nebo neplatí.)
- Podívej.
- Kdy přijedeš?

## Negace

---

Negace výroku je změna jeho pravdivostní hodnoty ( $0 \rightarrow 1$ ;  $1 \rightarrow 0$ ).

**Venku prší.**

Negací tohoto výroku je výrok **Venku neprší.**

**Číslo 11 je prvočíslo.**

Negací tohoto výroku je výrok **Číslo 11 není prvočíslo.**

**Značení:**

$\neg A$  ... negace výroku A

Výrok A je pravdivý ... 1

Výrok A je nepravdivý ... 0

Negaci si zapíšeme pomocí tabulky:

A	$\neg A$
1	0
0	1

## Složené výroky

Jedná se o výroky vzniklé spojením dvou a více výroků. Výroky spojujeme pomocí logických spojek.

## Konjunkce

---

Konjunkce výroků A, B je výrok vzniklý jejich spojením, který je pravdivý (má pravdivostní hodnotu 1), pokud jsou pravdivé oba výroky.

**Značení:**

$A \wedge B$  ... výrok A a **současně** výrok B

Tabulka pravdivostních hodnot vypadá následovně:

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Pro první řádek tabulky platí třeba:

Výrok A: Číslo 16 je sudé. (1)

Výrok B: Číslo 16 je dělitelné 4. (1)

$A \wedge B$ : Číslo 16 je sudé a současně je dělitelné 4. (1)

Pro třetí řádek tabulky třeba:

Výrok A: Číslo 7 je sudé. (0)

Výrok B: Číslo 7 je prvočíslo. (1)

$A \wedge B$ : Číslo 7 je sudé a současně je prvočíslo. (0)

## Disjunkce

---

Disjunkce výroků A, B je výrok vzniklý jejich spojením, který je pravdivý, pokud alespoň jeden z výroků je pravdivý.

**Značení:**

$A \vee B$  ... výrok A **nebo** výrok B

Tabulka pravdivostních hodnot vypadá následovně:

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Pro druhý řádek tabulky platí třeba:

Výrok A: Číslo 16 je sudé. (1)

Výrok B: Číslo 16 je dělitelné 3. (0)

**A  $\vee$  B:** Číslo 16 je sudé nebo je dělitelné 3. (1)

Uvedeme si ještě příklad pro první řádek tabulky:

Výrok A: Číslo 16 je sudé. (1)

Výrok B: Číslo 16 je dělitelné 4. (1)

**A  $\vee$  B:** Číslo 16 je sudé nebo dělitelné 4. (1)

**Pozor!** Spojka *nebo* je v této větě v poměru slučovacím. Neříká nám, že číslo 16 je buď sudé, nebo dělitelné 4. V tomto případě pomocí spojky *nebo* uvádíme výčet vlastností čísla 16.

Pro snazší pochopení si uvedeme následující příklady.

*Spojka nebo v poměru slučovacím:*

„O čísle 16 můžeme říct, že je sudé nebo dělitelné 4 nebo dělitelné 8 nebo...“

Uvedené vlastnosti se nevylučují, mohou nastat všechny zároveň.

*Spojka nebo v poměru vylučovacím:*

„Zvládáš matematiku, nebo z ní propadáš?“

Buď tedy dotyčný/dotyčná matematika zvládá (alespoň na tu 4), nebo mu/jí nejde a propadá z ní.

Jedná se tak o jasný rozpor.

*Češtinářská vsuvka:* Pokud se spojka *nebo* používá v poměru vylučovacím, píšeme před ní čárku.

V poměru slučovacím čárku před *nebo* nepíšeme. (Více na <http://prirucka.ujc.cas.cz/?id=155> nebo <http://www.proofreading.cz/zapomenute-carky-pred-nebo>).

## Implikace

---

Implikace výroků A, B je výrok vzniklý jejich spojením, který je nepravdivý, když výrok A je pravdivý a výrok B nepravdivý. V ostatních případech je implikace pravdivá.

### Značení:

$A \Rightarrow B$  ... **jestliže** výrok A, **potom** výrok B

Tabulka pravdivostních hodnot:

A	B	$A \Rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Rozebereme si všechny čtyři příklady z tabulky.

Výrok: **Jestliže je osm hodin večer, bazén je zavřený.**

- **První řádek tabulky:** Pokud je osm hodin večer a bazén je opravdu zavřený (1; 1), jsou oba výroky pravdivé a celý výrok je samozřejmě také pravdivý (1).
- **Druhý řádek tabulky:** Pokud je osm hodin večer a bazén není zavřený (1; 0), není vlastně splněna podmínka, že bazén je zavřený, když je osm hodin večer. Celý výrok je tedy nepravdivý (0).
- **Třetí řádek tabulky:** Pokud není osm hodin večer a bazén je zavřený (0; 1), je výrok pravdivý, protože věta neříká nic o tom, jestli bazén je zavřený (případně otevřený), když není osm hodin večer. Nevíme totiž, jestli je zavřený třeba i ve čtyři hodiny. Věta tak stále platí (1).
- **Čtvrtý řádek tabulky:** Pokud není osm hodin večer a bazén není zavřený (0; 0), výrok je pravdivý. Větě přeci neodporuje, že bazén není zavřený, když není osm hodin. Věta tedy platí (1).

## Ekvivalence

---

Ekvivalence výroků A, B je výrok vzniklý jejich spojením, který je pravdivý pouze, když mají výroky stejnou pravdivostní hodnotu.

### Značení:

$A \Leftrightarrow B$  ... výrok A **právě tehdy, když** výrok B

Tabulka pravdivostních hodnot:

A	B	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Rozebereme si všechny čtyři příklady z tabulky.

Výrok: **Bazén je zavřený právě tehdy, když je osm hodin večer.**

- **První řádek tabulky:** Bazén je zavřený a je osm hodin večer (1; 1). Výrok tedy platí (1).
- **Druhý řádek tabulky:** Bazén je zavřený, ale není osm hodin večer (1; 0). Měl by však podle uvedeného výroku být otevřený (aby výrok platil), jelikož má být zavřený právě tehdy, když je osm hodin. On je však v tomto případě zavřený i mimo tento čas – ekvivalence neplatí (0).
- **Třetí řádek tabulky:** Bazén není zavřený a je osm hodin večer (0; 1). Podle uvedeného výroku však má být zavřený, když je osm hodin večer. Výrok v tomto případě neplatí (0).
- **Čtvrtý řádek tabulky:** Bazén není zavřený a není osm hodin večer. Uvedené větě to nijak neodporuje, protože když není osm hodin večer, bazén nemá být zavřený, aby věta byla pravdivá. Výrok tedy platí (1).