1. **Auto zrychlí *rovnoměrně* zrychleným pohybem z 0 km · h^{-1} na 72 km · h^{-1} za 10 sekund.**
2. **Auto zastaví z rychlosti 64,8 km · h^{-1} *rovnoměrně* zrychleným (zpomaleným) pohybem za 9 sekund.**

   V obou případech nakreslete graf závislosti dráhy na čase.

V tomto příkladě nejprve provedeme celkové shrnutí rovnoměrně zrychleného přímočarého pohybu a poté úlohy vyřešíme. Shrnutí samozřejmě můžete přeskočit a hned se mrknout na samotné řešení úloh, které začíná na straně 4.

Rychlost a zrychlení

Pro rovnoměrně zrychlený pohyb platí: $\boldsymbol{v = a \cdot t}$
a je velikost zrychlení, které nám říká, o jakou hodnotu se každou sekundu změní velikost rychlosti. Pro rovnoměrně zrychlený pohyb je velikost zrychlení stálá (*pozor, směr se může měnit – viz rovnoměrný pohyb po kružnici*).

Jednotky zrychlení odvodíme z výše uvedeného vztahu tak, že dosadíme za jednotlivé veličiny.

$$[a] = \frac{m \cdot s^{-1}}{s} = m \cdot s^{-1} \cdot s^{-1} = m \cdot s^{-2}$$

Pokud je velikost zrychlení například $\boldsymbol{5\ m \cdot s^{-2}}$, říká nám to, že **rychlost se každou sekundu změní o $\boldsymbol{5\ m \cdot s^{-1}}$**.

Velikost průměrného zrychlení je celková změna rychlosti za celkovou (námi sledovanou) dobu:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

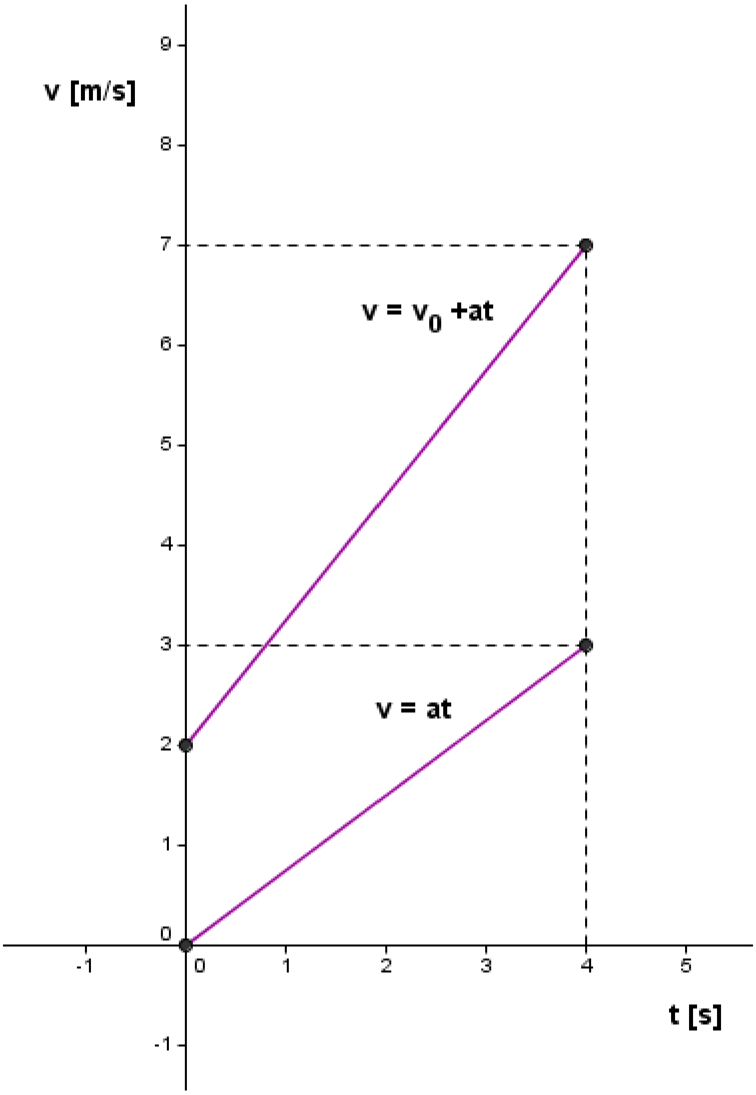
Velikost okamžitého zrychlení je:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

d značí nekonečně malou změnu. Okamžité zrychlení je tedy změna rychlosti za nekonečně malou dobu (v daném okamžiku).

Velikost průměrného a okamžitého zrychlení je u rovnoměrného pohybu shodná.

Graf závislosti rychlosti na čase



Graf závislosti rychlosti na čase rovnoměrně zrychleného pohybu s kladným zrychlením

Křivka popsaná jako $v = v_0 + at$ nám říká, že se těleso v počátku našeho měření již pohybovalo nějakou nenulovou (počáteční) rychlostí v_0. V grafu má hodnotu $2\ m \cdot s^{-1}$.

Velikost průměrného (i okamžitého) zrychlení první křivky (s nulovou počáteční rychlostí v_{0_0}) je:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_{0_0}}{t - t_0} = \frac{3 - 0}{4 - 0}\ m \cdot s^{-2} = 0{,}75\ m \cdot s^{-2}$$

Druhé křivky:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{7 - 2}{4 - 0}\ m \cdot s^{-2} = 1{,}25\ m \cdot s^{-2}$$

Zrychlení u druhé křivky je tedy větší, což je vidět na první pohled, protože křivka je strmější.

Dráha

Dráha při rovnoměrně zrychleném pohybu se určitě vypočítá jako součin průměrné rychlosti takového pohybu a doby, po kterou se pohyb konal.
$s = v_p \cdot t$

Problém však je, že rychlost se mění. Jak tedy průměrnou rychlost určit?
Jelikož grafem závislosti rychlosti na čase rovnoměrně zrychleného pohybu je úsečka (viz předchozí graf), nebude to tak těžké.

Zkrátka sečteme počáteční a koncovou rychlost a vydělíme dvěma (aritmetický průměr).
$$v_p = \frac{v_0 + v}{2}$$
Nyní dosadíme do vztahu pro dráhu:
$$s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$$

Do tohoto vztahu dosadíme ještě za v ze vztahu $v = v_0 + at$:
$$s = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} \cdot t$$
a upravíme:
$$s = \frac{2v_0 + at}{2} \cdot t = \frac{2v_0 t + at^2}{2} = \frac{2v_0 t}{2} + \frac{at^2}{2} = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$
$$\boldsymbol{s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$

Při nulové počáteční rychlosti (auto se rozjíždí z klidu) pak po dosazení 0 za v_0 dostaneme:
$$s = \frac{1}{2}at^2$$

A co když auto brzdí?
Pokud auto brzdí (zpomaluje) pohybuje se záporným zrychlením (vektor zrychlení má opačný směr než vektor rychlosti). Jedná se stále o zrychlený pohyb (i když někdy se mu říká zpomalený). Do rovnic pro rychlost a dráhu tedy dosadíme záporné zrychlení a dostaneme tyto tvary:

Rychlost rovnoměrně „zpomaleného“ pohybu
$$v = v_0 + (-a)t$$
$$\boldsymbol{v = v_0 - at}$$
$\boldsymbol{v_0}$ (nenulové) bude v rovnici u „zpomaleného“ pohybu vždy, jelikož aby auto mohlo snižovat svoji rychlost, musí nejprve nějakou mít.

Dráha rovnoměrně „zpomaleného“ pohybu
$$s = v_0 t + \frac{1}{2}(-a)t^2$$
$$\boldsymbol{s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2}$$

Řešení úloh je následující…

1. Auto se rozjíždí z klidu, pro dráhu tedy platí:

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

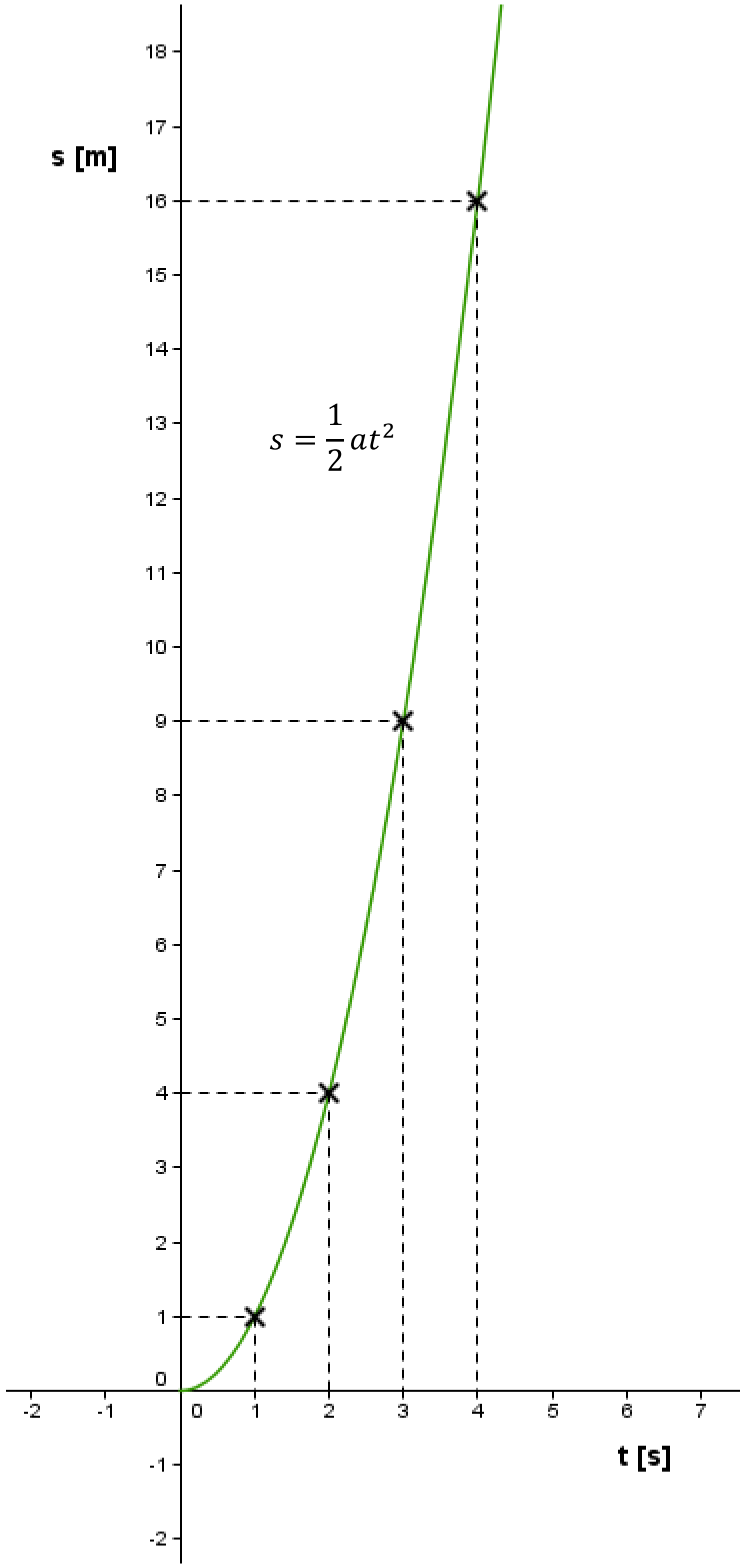
Nejprve si průběh dráhy v čase napíšeme do tabulky a poté vyneseme do grafu.

Do tabulky k jednotlivým časům budeme doplňovat příslušnou dráhu, podle předchozího vztahu. Neznáme však velikost zrychlení. Jelikož ale známe, velikost celkové změny rychlosti za dobu 10 sekund, velikost zrychlení snadno vypočítáme (dosazovat budeme v základních jednotkách).

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \doteq \frac{20}{10}\, m \cdot s^{-2} \doteq 2\, m \cdot s^{-2}$$

t [s]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s [m]	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Tabulku teď převedeme na graf (vizte následující stranu):



Graf závislosti dráhy na čase rovnoměrně zrychleného pohybu s kladným zrychlením

Do grafu jsme vynesli pouze první 4 sekundy pohybu, jelikož by se nám jinak graf nevešel na stránku. Křivkou je část poloviny paraboly.

2. Auto jede určitou rychlostí v_0 a za dobu t zastaví rovnoměrně zrychleným (zpomaleným) pohybem. V našem případě je $v_0 = 64{,}8\ \mathrm{km} \cdot \mathrm{h}^{-1}$ a $t = 9\ s$.

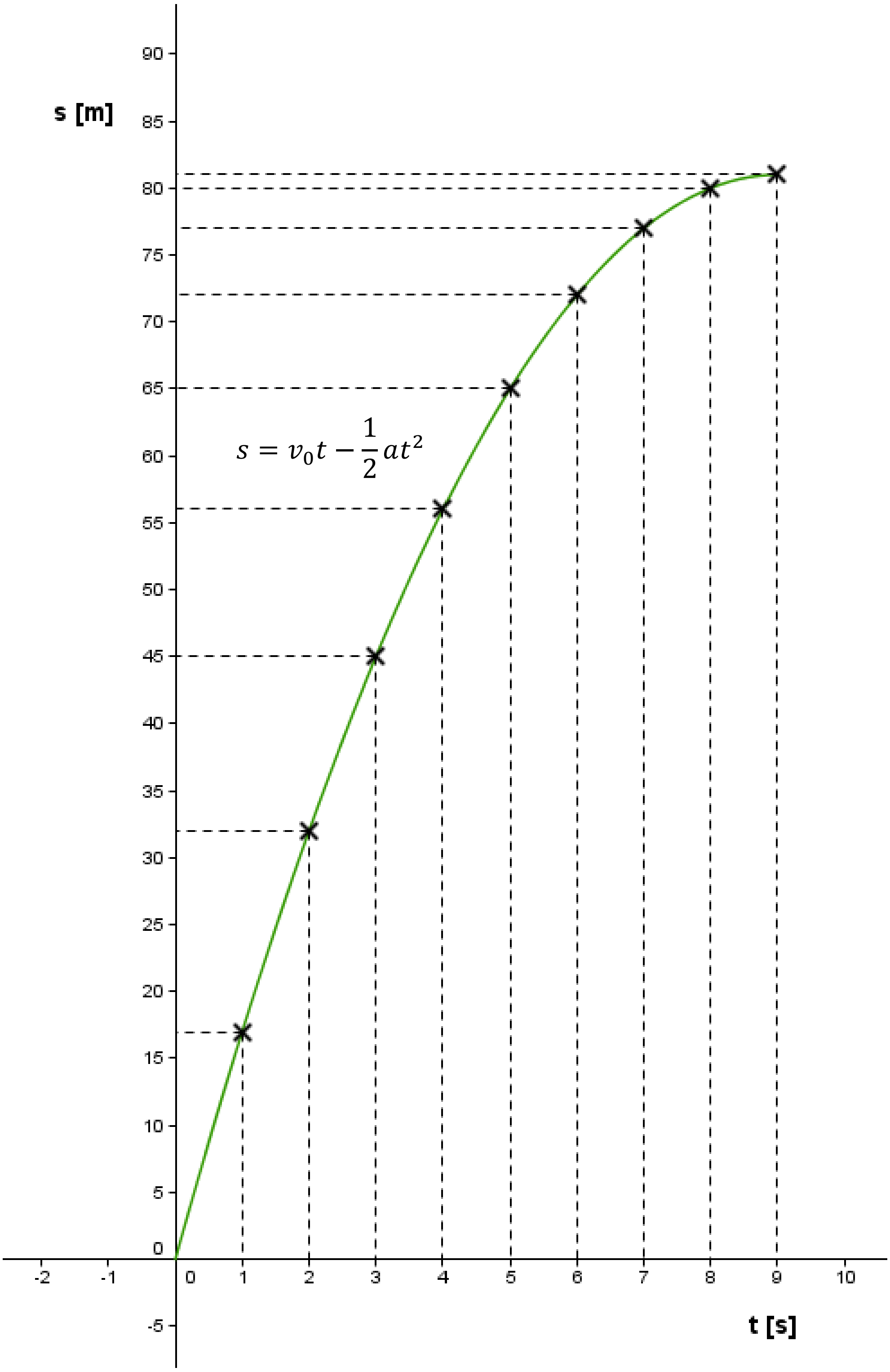
Pro dráhu tedy platí vztah:

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$$

Velikost zrychlení opět vypočítáme jako

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \doteq \frac{18}{9}\ m \cdot s^{-2} \doteq 2\ m \cdot s^{-2}$$

t [s]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
s [m]	0	17	32	45	56	65	72	77	80	81



Graf závislosti dráhy na čase rovnoměrně zrychleného pohybu se záporným zrychlením

Křivkou je opět část paraboly (jinak orientovaná).