

Jezdící schody mě vyvezou nahoru za 30 sekund. Pokud jsou jezdící schody vypnuty, vyjdu po nich nahoru za 1 minutu. Za jak dlouho budu nahoře, pokud schody pojedou a já po nich zároveň půjdu?

Ze zadání je zřejmé, že výsledná doba bude menší než 30 sekund.

Doba, za kterou se dostanu nahoru, se vypočítá

$$t = \frac{s}{v}$$

Problémem trochu je, že neznáme dráhu (délku schodů) s ani výslednou rychlost v .

Rychlost (v) je součtem rychlosti schodů vůči okolí (označme ji třeba v_1) a rychlosti mé chůze vůči schodům (označme ji v_2).

$v = v_1 + v_2$ (moje rychlost vůči okolí, když jdu po jedoucích schodech)

Pro jednotlivé rychlosti pak platí:

$$v_1 = \frac{s}{t_1}$$

$$v_2 = \frac{s}{t_2}$$

Dosadíme do prvního vzorce a máme výsledek.

$$t = \frac{s}{v_1 + v_2} = \frac{s}{\frac{s}{t_1} + \frac{s}{t_2}} = \frac{s}{s\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}} = \frac{1}{\frac{t_2 + t_1}{t_1 t_2}} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}$$

$$t = \frac{30 \cdot 60}{30 + 60} \text{ s} = \frac{1800}{90} \text{ s} = \mathbf{20 \text{ s}}$$

Pokud schody pojedou a já po nich zároveň půjdu, dostanu se nahoru za 20 sekund.