

Pokud na stadionu uběhnu 1500 metrů za 4 minuty a 50 sekund, předběhne mě běžec alespoň o jedno kolo, který tutéž trať poběží na čas světového rekordu 3 minuty a 26 sekund, než kdokoli z nás doběhne do cíle? Dokažte výpočtem. Oba vyběhneme ve stejný okamžik. Budeme předpokládat, že oba poběžíme rovnoměrným pohybem (velikost rychlosti se při běhu nebude měnit). Ovál, na kterém běžíme, měří 400 metrů.

Základní úvaha je taková, že aby mě běžec dohnal, musí uběhnout 400 metrů plus dráhu, kterou od startu urazím – mám vlastně „náskok“ 400 metrů. A musí to stihnout dřív, než se kdokoli z nás dostane do cíle.

Celková dráha, kterou tedy běžec urazí, než mě dostihne o jedno kolo, je $s_0 + s_2 = s_1$

s_0 ... délka oválu (400 metrů)

s_2 ... dráha, kterou navíc urazím (nečekám totiž na něj, ale také běžím)

s_1 ... dráha, kterou urazí, než mě dožene

Platí:

$$s_1 = s_0 + s_2$$

$$v_1 t = s_0 + v_2 t$$

v_1, v_2 ... rychlosti, kterými běžíme; zjistíme je tak, že celkovou dráhu (1500 m), vydělíme časy, za které tuto dráhu uběhneme

t ... doba, za kterou mě doběhne; tu potřebujeme z rovnice vyjádřit

Označíme si tedy:

s ... celková dráha (1500 m)

t_{c_1}, t_{c_2} ... zadané časy, za které tu „patnáctku“ uběhneme

Rychlost rychlejšího běžce

$$v_1 = \frac{s}{t_{c_1}}$$

Rychlost pomalejšího běžce

$$v_2 = \frac{s}{t_{c_2}}$$

Dosadíme je (vztahy pro rychlosti) do tučně zvýrazněné rovnice

$$\frac{s}{t_{c_1}} t = s_0 + \frac{s}{t_{c_2}} t$$

$$\frac{s}{t_{c_1}} t - \frac{s}{t_{c_2}} t = s_0$$

$$t \left(\frac{s}{t_{c_1}} - \frac{s}{t_{c_2}} \right) = s_0$$

$$t = \frac{s_0}{\frac{s}{t_{c_1}} - \frac{s}{t_{c_2}}} = \frac{s_0}{s \left(\frac{1}{t_{c_1}} - \frac{1}{t_{c_2}} \right)} = \frac{s_0}{s \left(\frac{t_{c_2} - t_{c_1}}{t_{c_1} t_{c_2}} \right)}$$

$$t = \frac{s_0 t_{c_1} t_{c_2}}{s (t_{c_2} - t_{c_1})}$$

Dosadíme (v základních jednotkách)

$$t = \frac{400 \cdot 206 \cdot 290}{1500 (290 - 206)} s = \frac{23\,896\,000}{126\,000} s$$

$$t \doteq 189,65 s$$

Rychlejší běžec mě dožene za 189,65 sekund. Stihne to tedy dřív, než doběhne do cíle (tím pádem samozřejmě i dřív, než doběhnu do cíle já).

Za tuto dobu rychlejší běžec uběhne od startu dráhu

$$s_1 = v_1 t = \frac{s}{t_1} t \doteq \frac{1500}{206} \cdot 189,65 m \doteq 1380,95 m$$

První (rychlejší) běžec uběhne zhruba 1380,95 m, než mě doběhne (dožene mě tak 119,05 metrů před svým cílem).

Já (než jsem doběhnut) urazím dráhu

$$s_2 = v_2 t = \frac{s}{t_{c_2}} t \doteq \frac{1500}{290} \cdot 189,65 m \doteq 980,95 m$$

Logicky urazím dráhu o 400 m kratší.

Jsem tak dostižen 519,05 metrů před svým cílem.