

**Mějme dvě stejně velké koule, které necháme ve vzduchu padat ze stejné výšky. Jelikož jsou koule stejně velké, uvažujme, že na ně bude působit i stejná odporová síla. Jedna koule je železná, druhá dřevěná (železná má vyšší hmotnost). Která z nich dopadne na zem dříve? Dokažte výpočtem.**

---

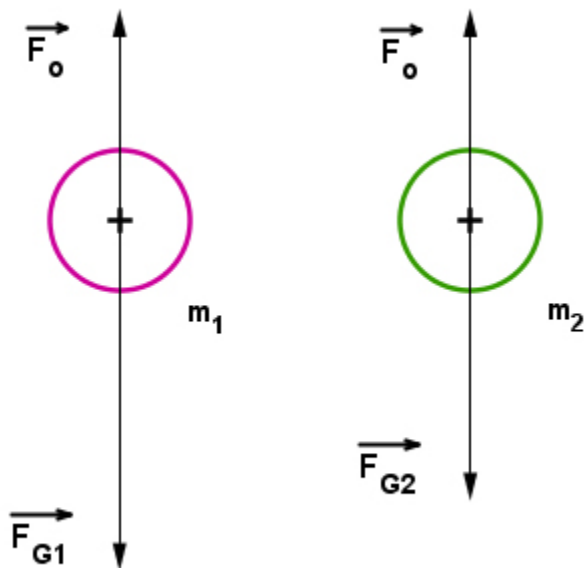
Na tuto otázku dojde skoro vždy při výkladu volného pádu. Říkám, že ve vakuu padají tělesa se stejným zrychlením, tudíž dopadnou stejně – ať už se jedná o pírkó či kladivo. Pak ve třídě vezmu do jedné ruky list papíru (držím ho schválně naplocho!), do druhé ruky klíče, a nechám je současně padat na podlahu. Klíče samozřejmě dopadnou dříve; papír se pomalu vznáší k zemi. Když se žáků a žákyň zeptám proč tomu tak je, shodují se na tom, že za to může odpor vzduchu, protože papír má větší plochu. Odpověď jim odsouhlasím (hmotnost zatím záměrně příliš nezmiňuji). Žákům a žákyním to ale nedá a vzápětí se však začnou objevovat dotazy, jak doba pádu závisí na hmotnosti, a jak by to tedy bylo, kdyby tělesa měla stejný tvar, ale rozdílnou hmotnost – zda by ve vzduchu dopadla stejně, nebo rozdílně. Otázku pochválím.

A odpověď je v následujícím řešení příkladu...

Železná koule má hmotnost  $m_1$  (na obrázku vlevo).

Dřevěná koule má hmotnost  $m_2$  (na obrázku vpravo).

Platí:  $m_1 > m_2$



Na vyřešení této úlohy je potřeba znalosti druhého Newtonova pohybového zákona.

Ten říká, že výslednice sil působících na těleso je rovna hmotnosti tělesa krát zrychlení tělesa.

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Síly působící na první (železnou kouli) jsou:

$F_{G_1} = m_1 g$  ... tíhová síla (síla, kterou Země přitahuje kouli)

$F_o$  ... odporová síla, působí proti tíhové síly je menší (jinak by těleso nepadalo dolů na zem)

Velikost výslednice sil pak bude (označíme si ji třeba  $F_g$ ):

$$F_g = F_{G_1} - F_o = m_1 a_1$$

Dosadíme ještě za  $F_{G_1}$  a vyjádříme zrychlení železné koule  $a_1$ .

$$m_1 g - F_o = m_1 a_1$$

$$a_1 = \frac{m_1 g - F_o}{m_1}$$

$$a_1 = g - \frac{F_o}{m_1}$$

Železná koule padá s tímto zrychlením.

Vyjádříme si ještě zrychlení druhé (dřevěné) koule a výrazy porovnáme.

Postup je analogický:

Síly působící na druhou (dřevěnou kouli) jsou:

$F_{G_2} = m_2 g$  ... tíhová síla (síla, kterou Země přitahuje kouli)

$F_o$  ... odporová síla, působí proti tíhové síly je menší (jinak by těleso nepadalo dolů na zem)

Velikost výslednice sil (označíme si ji tentokrát třeba  $F_\xi$ ):

$$F_\xi = F_{G_2} - F_o = m_2 a_2$$

Dosadíme ještě za  $F_{G_2}$  a vyjádříme zrychlení dřevěné koule  $a_2$ .

$$m_2 g - F_o = m_2 a_2$$

$$a_2 = \frac{m_2 g - F_o}{m_2}$$

$$a_2 = g - \frac{F_o}{m_2}$$

Dřevěná koule padá s tímto zrychlením.

Železná koule:

$$a_1 = g - \frac{F_o}{m_1}$$

Dřevěná koule:

$$a_2 = g - \frac{F_o}{m_2}$$

Které zrychlení je větší a tím pádem, která z koulí dopadne dříve na zem? Pokud je hmotnost  $m_1$  vyšší, je zlomek v prvním vyraze menší, odečítáme tak od „géčka“ menší číslo a zrychlení tělesa je tak větší.

**Dříve tedy dopadne železná koule, jelikož se pohybuje s větším zrychlením.**

Ve vakuu by však měly dopadnout stejně. Je to pravda, když těžší kouli přitahuje Země větší silou? Ano je. Ukážeme si to...

Ve vakuu nepůsobí odporová síla,  $F_0 = 0$ .

Pro železnou kouli:

$$F_g = F_{G_1} - F_0 = m_1 a_1$$

$$m_1 g - 0 = m_1 a_1$$

$$m_1 g = m_1 a_1$$

$$\mathbf{a_1 = g}$$

Pro dřevěnou kouli:

$$F_g = F_{G_2} - F_0 = m_2 a_2$$

$$m_2 g - 0 = m_2 a_2$$

$$m_2 g = m_2 a_2$$

$$\mathbf{a_2 = g}$$

Jak je vidět, koule padají se stejným zrychlením  $g$ , dopadnou tedy za stejnou dobu.

Ani z tohoto postupu však není úplně zřejmé, že koule ve vakuu dopadnou stejně, když těžší koule je přitahována větší silou. Zkusíme to tedy ještě jinak.

Vzpomeneme si na druhý Newtonův pohybový zákon, který říká, že výslednice si působících na těleso je rovna hmotnosti tělesa krát zrychlení tělesa.

Ve vakuu na koule působí pouze jedna síla (tíhová); tím pádem je zároveň i výslednicí.

Můžeme tedy psát:

$$F_G = mg = ma$$

Z rovnice vyplývá, že  $g = a$ . To už víme.

Tíhové zrychlení ale můžeme také vyjádřit jako:

$$g = \frac{F_G}{m}$$

Z tohoto vztahu je už krásně vidět, proč ve vakuu padají všechna tělesa se stejným zrychlením. Hmotnější těleso je sice přitahováno větší silou, ale má zase vyšší hmotnost (v čitateli pro hmotnější těleso dostaneme sice větší číslo, ale ve jmenovateli také).

Ve výsledku tak zlomek dá vždy hodnotu tíhového zrychlení.