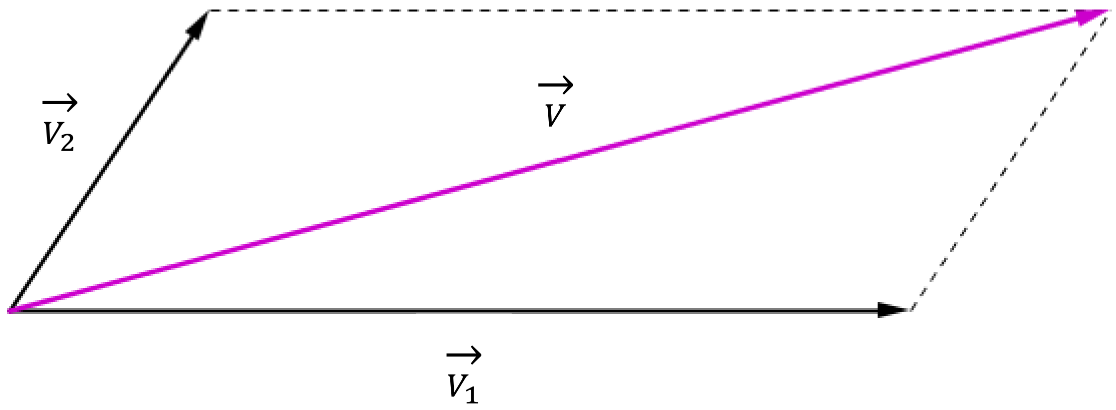
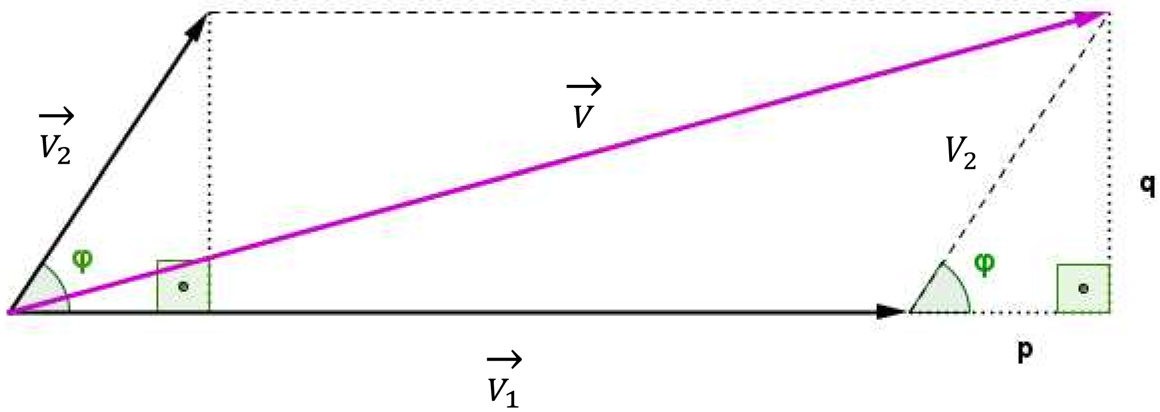
Odvoďte vztah pro výpočet velikosti výslednice dvou vektorů svírajících libovolný úhel.

Kdyby vektory svíraly pravý úhel, výpočet velikost výslednice (velikosti vektoru ***V***) by byl snadný – pomocí Pythagorovy věty.



Na obrázku však vektory pravý úhel nesvírají. Pro odvození obecného vztahu si předchozí obrázek trochu dokreslíme:



Vektory V_1 a V_2 svírají úhel φ.

- Z koncového bodu vektoru V_2 jsme spustili kolmici k vektoru V_1 (ta tečkovaná čára).
- Vzniklý pravoúhlý trojúhelník jsme přenesli a „nalepili“ ho na zadní část kosodélníku.
- Odvěsny trojúhelníku jsme označili ***p*** a ***q***; přepona má velikost stejnou velikost jako vektor V_2, protože když se dobře podíváme, zjistíme, že se jedná o rovnoběžku s vektorem V_2 (stejné velikosti).

Nyní upřeme naši pozornost na „přilepený“ trojúhelník.
Určitě platí:

$$\sin\varphi = \frac{q}{V_2}$$

$$\cos\varphi = \frac{p}{V_2}$$

Z uvedených vztahů si vyjádříme ***p*** a ***q***:

$$q = V_2 \cdot \sin\varphi$$

$$p = V_2 \cdot \cos\varphi$$

Teď už si jen stačí v obrázku všimnout pravoúhlého trojúhelníku, jehož přeponu tvoří výslednice ***V***, vzpomenout na Pythagorovu větu, a máme vyhráno.

Pravoúhlý trojúhelník, jehož přeponu tvoří výslednice ***V*** má odvěsny o velikosti ***V₁ + p*** a ***q***. Pokud na něj aplikujeme Pythagorovu větu, můžeme psát:

$$(V_1 + p)^2 + q^2 = V^2$$

umocníme:

$$V_1^{\,2} + 2V_1 p + p^2 + q^2 = V^2$$

Závorku jsme umocnili podle vzorce $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$*, zbytek opsali.*

Nyní za ***p*** a ***q*** dosadíme odvozené vztahy (ty s tím sinem a kosinem):

$$V_1^{\,2} + 2V_1V_2\cos\varphi + V_2^{\,2}\cos^2\varphi + V_2^{\,2}\sin^2\varphi = V^2$$

Z posledních dvou členů na levé straně rovnice vytkneme $V_2^{\,2}$:

$$V_1^{\,2} + 2V_1V_2\cos\varphi + V_2^{\,2}(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) = V^2$$

Výraz v závorce je roven 1. Pokud známe vztahy pro výpočet sinu a kosinu v pravoúhlém trojúhelníku a Pythagorovu větu, není obtížné si tuto rovnost odvodit.

Můžeme tedy psát:

$$V_1^{\,2} + 2V_1V_2\cos\varphi + V_2^{\,2} = V^2$$

Nyní ještě odmocníme a prohodíme strany rovnice, a máme výsledek:

$$\boldsymbol{V = \sqrt{V_1^{\,2} + 2V_1V_2\cos\varphi + V_2^{\,2}}}$$

Odvodili jsme vztah pro velikost výslednice dvou vektorů svírajících libovolně velký úhel (my jsme si ho značili φ). Pokud vektory svírají úhel pravý, je rychlejší použít Pythagorovu větu, ale i pro pravý úhel odvozený vztah platí.