Jak se změní doba kmitu matematického kyvadla, když jeho délku zkrátíme o 20 % a hmotnost snížíme na polovinu?

Matematické kyvadlo si můžeme představit jako malou ocelovou kuličku zavěšenou na tenké niti.

Kmit je pohyb, při němž kulička projde z rovnovážné polohy do jedné polohy krajní, do druhé polohy krajní a vrátí se zpět do rovnovážné polohy. Nebo když projde dráhu z krajní polohy do druhé krajní polohy a zpět.

Kyv je pak polovina kmitu.

Pokud je výchylka kmitů malá ($< 5\,°$) platí pro dobu kmitu (periodu) s dostatečnou přesností vztah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

l … délka kyvadla

Jak je vidět, **doba kmitu nezávisí na velikosti hmotnosti závaží**. Dobu kmitu kyvadla tedy ovlivní pouze změna délky.

Máme-li zjistit, jak se změní doba kmitu, dáme do poměru původní dobu kmitu (T_1) a dobu kmitu po zkrácení kyvadla (T_2).

Po zkrácení délky kyvadla o 20 % ($\frac{1}{5}$) je nová délka rovna 80 % ($\frac{4}{5}$) původní délky. Můžeme tedy psát:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{\frac{4}{5}l}{g}}} = \frac{\sqrt{\frac{l}{g}}}{\sqrt{\frac{\frac{4l}{5}}{g}}} = \frac{\sqrt{\frac{l}{g}}}{\sqrt{\frac{4l}{5g}}} = \sqrt{\frac{\frac{l}{g}}{\frac{4l}{5g}}} = \sqrt{\frac{5gl}{4gl}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

Jednotky nepíšeme, není ani jaké. Jedná se o poměr, tudíž se jednotky vykrátí.

Vidíme, že poměr $\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2}\sqrt{5}$, což je o něco více než 1. T_1 je tedy větší – doba kmitu před zkrácením je delší.

Jako odpověď můžeme napsat:

Doba kmitu po zkrácení délky matematického kyvadla o 20 % a snížení hmotnosti na polovinu se sníží $\frac{1}{2}\sqrt{5}\times$ (cca 1,12×).